

An application of linear optimization in a problem from the real-life

Autor: EMANUELLE – IOANA PERȚA (N. MUNTEAN)

Introducere

- Modelarea este un proces de cunoaștere a realității cu anumite instrumente, numite modele.
- Modelul este o reprezentare simplificată a unei situații reale, evidențiind trăsăturile esențiale ale fenomenului studiat.
- Optimizarea duce la determinarea unei situații speciale a sistemului, care este cea mai favorabilă din acea perspectivă.
- Astfel optimizarea unei probleme fără constrângeri se reduce la găsirea maximului sau minimului unei funcții de n variabile.

Formule bazate pe calcul pentru identificarea optimului

Pierre de Fermat



Joseph-Louis Lagrange



Metode iterative pentru optim

Isaac Newton

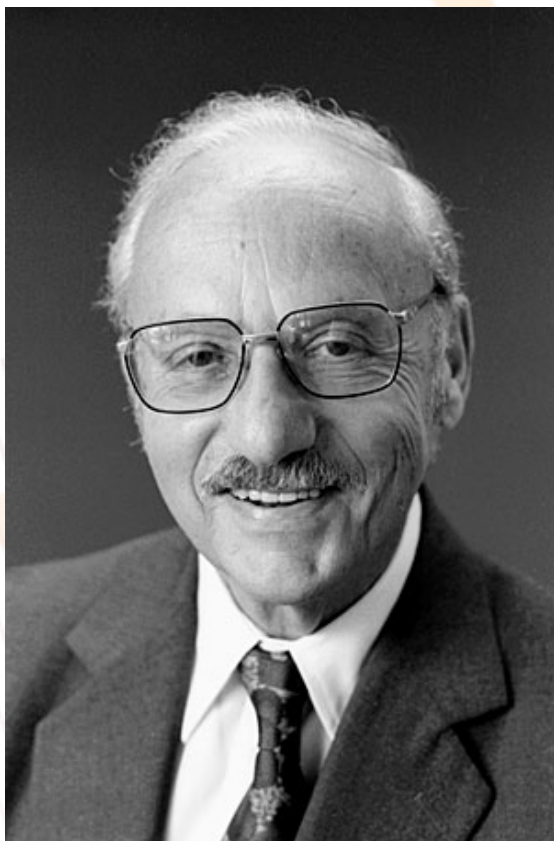


Carl Friedrich Gauss



Programarea liniară - 1939

George Dantzig



Leonid Kantorovich



Se numește problemă de optimizare (programare) liniară - (LP) un sistem de forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max (\min) z = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \leq b_i, 1 \leq i \leq m \\ x_j \geq 0, 1 \leq j \leq n \end{array} \right.$$

Metode de rezolvare:

- Cele mai uzuale metode de rezolvare sunt:
 - ✓ Algoritmul simplex și extensii ale sale;
 - ✓ Metoda grafică (pentru $n = 2$ sau $n = 3$).

Aplicabilitate:

- Economie;
- Mecanică;
- Inginerie electrică;
- Geofizică, etc.

Euristici:

- Euristica lui Cristofides;
- Euristica Cluster First – Route Second.

XGEN
R&D

Softuri

Maple



Excel Solver



Storm



Modelarea matematică a problemei

- Situația anterior menționată se poate modela ca o problemă de programare liniară.
- Am notat sursele cu numere de la 1 la 10, în funcție de importanța lor. $x_i, i = \overline{1,10}$ reprezintă numărul de anunțuri care trebuie extrase din fiecare sursă.

Scrierea formală/matematică a problemei XGEN^{R&D}

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Necesar
Grele	40%	55%	10%	90%	85%	10%	75%	0%	5%	80%	2500
Simple	60%	45%	90%	10%	15%	90%	25%	100%	95%	20%	7500
Dubluri	50%	30%	90%	2%	5%	80%	55%	100%	100%	3%	

$$\left\{ \begin{array}{l} \min(0.5x_1 + 0.3x_2 + 0.9x_3 + 0.02x_4 + 0.05x_5 + 0.8x_6 + 0.55x_7 + x_8 + x_9 + 0.03x_{10}) \\ 0.4x_1 + 0.55x_2 + 0.1x_3 + 0.9x_4 + 0.85x_5 + 0.1x_6 + 0.75x_7 + 0.05x_9 + 0.8x_{10} = 2500 \\ 0.6x_1 + 0.45x_2 + 0.9x_3 + 0.1x_4 + 0.15x_5 + 0.9x_6 + 0.25x_7 + x_8 + 0.95x_9 + 0.2x_{10} = 7500 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} \geq 0 \end{array} \right.$$

Rezolvarea problemei

1. Excel - Solver

Soluțiile

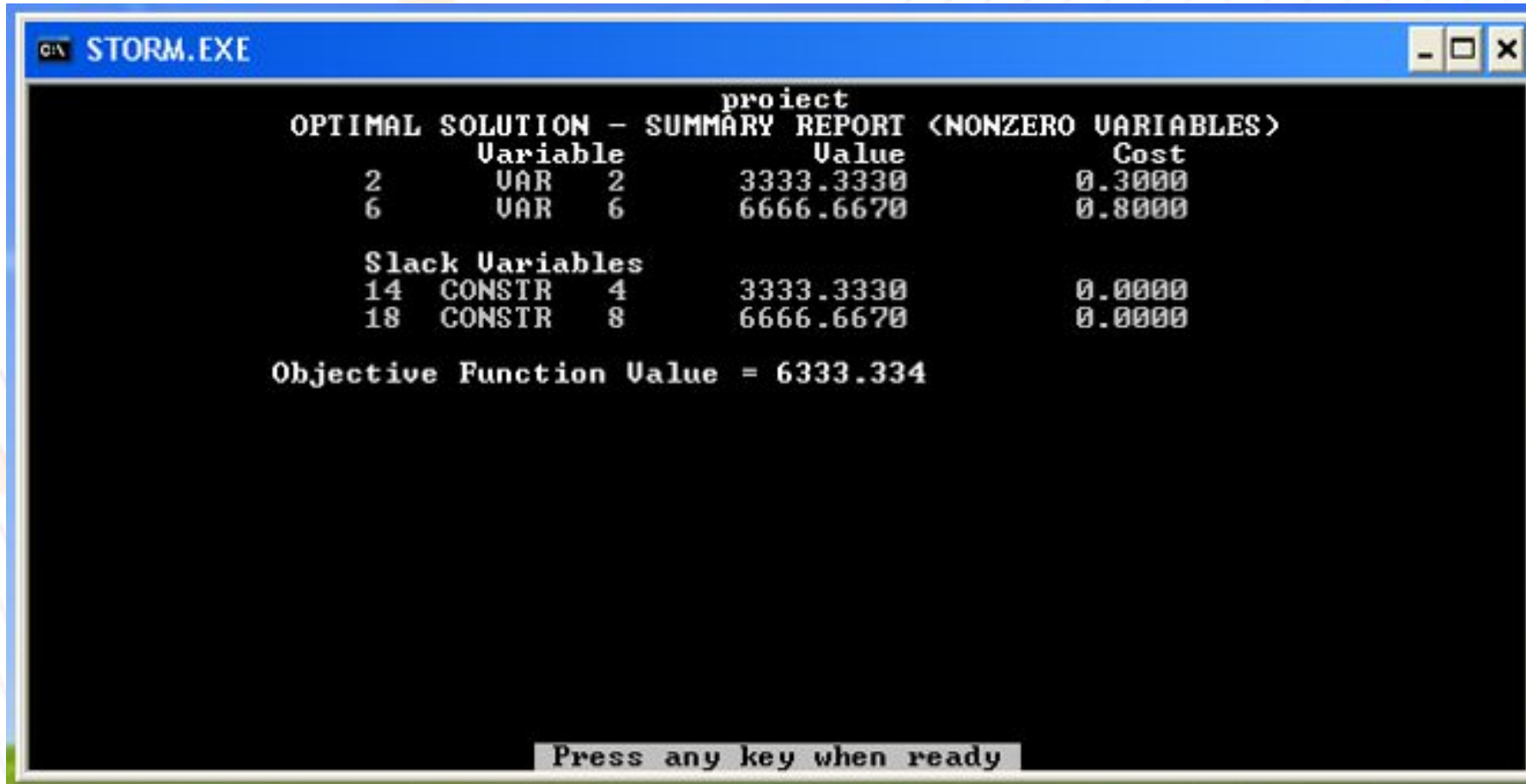
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0	3333,333	0	0	0	6666,667	0	0	0	0	
2	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	
3											
4											2500
5											7500
6											
7											
8			6333,333								
9											

Valoarea funcției obiectiv

Restricțiile

Rezolvarea problemei

2. Storm



```
project
OPTIMAL SOLUTION - SUMMARY REPORT <NONZERO VARIABLES>
      Variable      Value      Cost
  2   VAR   2   3333.3330   0.3000
  6   VAR   6   6666.6670   0.8000

Slack Variables
 14  CONSTR  4   3333.3330   0.0000
 18  CONSTR  8   6666.6670   0.0000

Objective Function Value = 6333.334

Press any key when ready
```


Analiza soluției

- Este vorba, practic, despre numărul de anunțuri care să fie extrase din fiecare sursă, astfel încât necesarul zilnic să fie atins, dar cel mai important, ca anunțurile duplicate să fie minime.
- Astfel, rezultatele sunt următoarele: din sursele 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10 nu se va extrage niciun anunț, iar din sursele 2 și 6 se vor extrage 3333.33, respectiv 6666.66 anunțuri. Adunându-le, se obțin cele 10000 de anunțuri necesare într-o zi.
- Totuși, printre acestea există 6333.33 anunțuri care sunt duplicate, deci nu se pot lua în considerare.
- Mai rămân astfel 3666.66 anunțuri pentru prelucrare.

- Totuși, se poate observa faptul că nu există nicio constrângere pentru numărul de anunțuri existente în fiecare sursă, decât să fie pozitiv.
- Acest fapt nu este în totalitate corect, deoarece este imposibil să existe un număr infinit de anunțuri.
- Pe lângă asta, am mărit și necesarul de anunțuri grele, de la 2500 la 3000, pentru a avea mai multe anunțuri.

$$\min(0.5x_1 + 0.3x_2 + 0.9x_3 + 0.02x_4 + 0.05x_5 + 0.8x_6 + 0.55x_7 + x_8 + x_9 + 0.03x_{10})$$

$$0.4x_1 + 0.55x_2 + 0.1x_3 + 0.9x_4 + 0.85x_5 + 0.1x_6 + 0.75x_7 + 0.05x_9 + 0.8x_{10} = 3000$$

$$0.6x_1 + 0.45x_2 + 0.9x_3 + 0.1x_4 + 0.15x_5 + 0.9x_6 + 0.25x_7 + x_8 + 0.95x_9 + 0.2x_{10} = 7500$$

$$x_1 \leq 7000, x_2 \leq 2400, x_3 \leq 5000, x_4 \leq 5000, x_5 \leq 4800, x_6 \leq 4000, x_7 \leq 3500, x_8 \leq 2500, \\ x_9 \leq 3000, x_{10} \leq 2000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10} \geq 0$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	911,2771	2400	0	0	0	4000	499,0426	1154,616	915,7927	619,272	
2	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	
3											
4											3000
5											7500
6											
7											
8			6739,098								
9											

- Această variantă este una mult mai fezabilă. Se poate vedea că, de această dată, s-au folosit mult mai multe surse, din cauza constrângerilor adăugate mai sus.
- Și la această variantă mai rămân 3760.902 anunțuri, ceea ce este un rezultat foarte bun.

Concluzii

- Programarea liniară și simulările în diverse softuri pot sprijini în luarea deciziilor pentru proiectele diverselor firme.
- Programarea liniară este și va rămâne un instrument matematic pur rațional, cu contribuție substanțială la progresul vieții social-economice al societății moderne.
- Aplicarea ei, depinde de experiența profesională a managerilor, iar uneori și de intuiția și subiectivismul acestora.
- Conform exemplelor din lucrare, am exemplificat faptul că matematica este un domeniu practic, cu întrebuințări în foarte multe domenii, și de aceea este important să avem cunoștințe matematice indiferent de domeniul în care activăm.
- Pentru ca acest lucru să fie posibil, este nevoie ca elevii și studenții să învețe punerea în practică a cunoștințelor teoretice, iar procesul de predare a elementelor abstracte să fie însoțit cât mai mult simulări în programe informatice specifice.

Bibliografie

- [1] G. Doncean și M. Doncean, Modelarea, simularea și optimizarea proceselor tehnice și economice, Iași: Editura Tehnopress, 2012.
- [2] R. Morrison, „warbletoncouncil,” 05 09 2021. [Interactiv]. Available: <https://ro.warbletoncouncil.org/programacion-lineal-10167>. [Accesat 06 11 2022].
- [3] A. Bucur, Aspects regarding the optimization of the quality of managerial decisions - solving an optimization problem in the sense of sustainability with WINQSB, *Review of General Management*, pp. 197-204, 2012.
- [4] R. Trandafir, Modele și algoritmi de optimizare, București: Editura AGIR, 2006.
- [5] V. Căruțașu, Cercetări operaționale și teoria deciziei, Sibiu: Editura Academiei Fortelor Terestre „Nicolae Bălcescu”, 2014.

Bibliografie

- [6] V. T. Nica, *Cercetări operaționale II*, București: Editura ASE, 2011.
- [7] „maple,” [Interactiv]. Available: <https://www.maplesoft.com/products/Maple/>. [Accesat 09 11 2022].
- [8] „excel,” [Interactiv]. Available: <https://support.microsoft.com/en-us/office/define-and-solve-a-problem-by-using-solver-5d1a388f-079d-43ac-a7eb-f63e45925040#:~:text=Solver%20is%20a%20Microsoft%20Excel,formula%20cells%20on%20a%20worksheet..> [Accesat 09 11 2022].
- [9] Apache. Apache Storm Website, 2017a. URL <http://storm.apache.org/>. Raj
- [10] D. J. Hodaňová și D. Nocar, Mathematics importance in our life, *Proceedings of INTED2016 Conference*, pp. 3086-3092, 2016.

Motto: *“Matematica este limba cu care Dumnezeu a scris Universul”
Galileo Galilei (1564-1642)*

Coordonator științific:
conf. univ. dr. Amelia
Bucur

Vă mulțumesc pentru atenție!